

ПАО «ГАЗПРОМ»  
ДЕПАРТАМЕНТ (А.А. КУЗНЕЦОВ)

Д.Д. Сирота  
D.Sirota@adm.gazprom.ru  
К.А. Гуцин  
K.Gushchin@adm.gazprom.ru

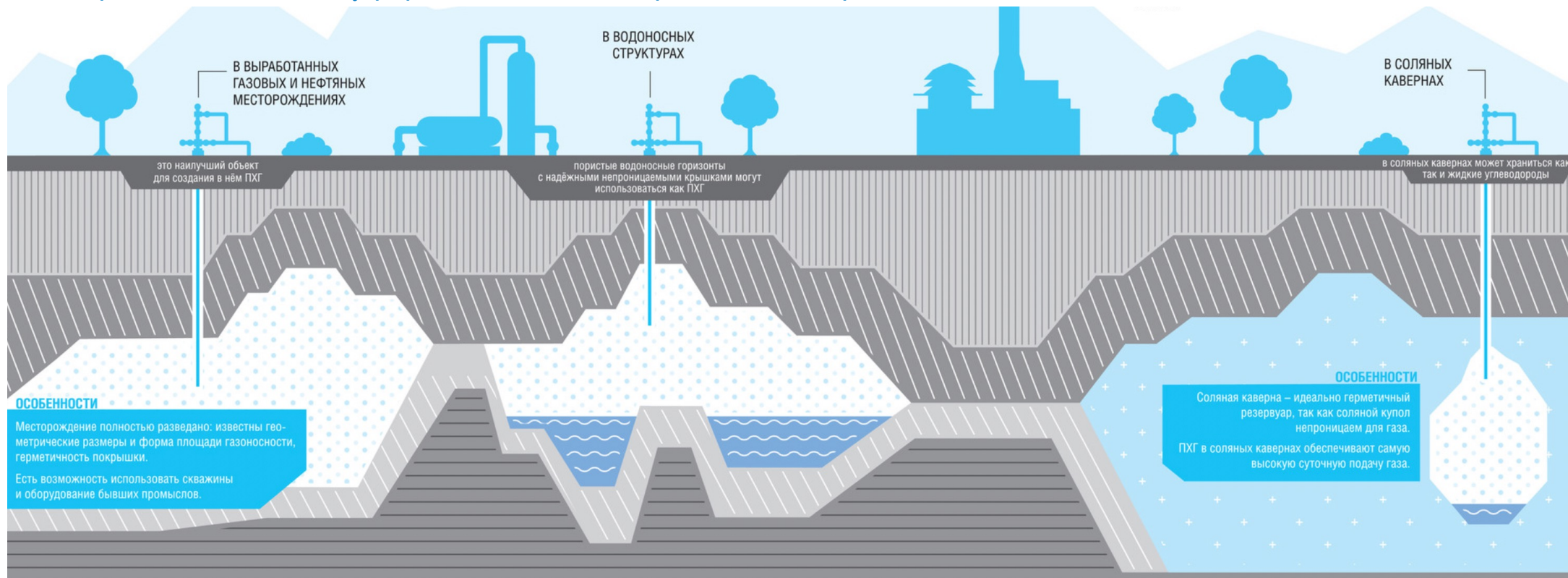


# НЕЙРОННЫЕ ОПЕРАТОРЫ ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ХРАНИЛИЩ ГАЗА

June 21, 2024. SINP MSU

## Подземное хранение газа

Подземные хранилища газа (ПХГ) – технологический комплекс, предназначенный для закачки, хранения и отбора газа, включающий наземные инженерно-технические сооружения, участок недр, ограниченный горным отводом; объект хранения газа, контрольные пласты; буферный объем газа; фонд скважин различного назначения.



## Гидродинамическое моделирование ПХГ

Основное уравнение трехмерной неустановившейся однофазной фильтрации сжимаемого флюида (газа) в пористой среде получается путем подстановки закона сохранения импульса (закон фильтрации Дарси) в закон сохранения массы:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_x k_x}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{A_y k_y}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{A_z k_z}{\mu_g B_g} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z = \frac{V_b \phi T_{sc}}{p_{sc} T} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{Z} \right) - q_{gsc},$$

$p$  – давление,  $q_{gsc}$  – дебит газа в стандартных условиях,  $B_g = \frac{p_{sc} T Z}{T_{sc} p}$  – объемный коэффициент газовой фазы,  $Z$  – коэффициент сверхсжимаемости газа,  $\mu_g$  – вязкость газа,  $T_{sc}$  – температура в стандартных условиях,  $p_{sc}$  – давление в стандартных условиях,  $\phi$  – пористость,  $k$  – проницаемость,  $A$  – площадь поперечного сечения породы, перпендикулярная направлению фильтрации.

**Численные симуляторы:** метод конечных объемов для аппроксимации системы дифференциальных уравнений по пространству + неявная схема для аппроксимации по времени. Время одного расчета может достигать нескольких часов.

**Скорость расчетов** является одним из определяющих факторов, влияющих на принятие управленческих решений, связанных с распределением закачки/отбора газа по скважинам и по площади.

## Цель работы

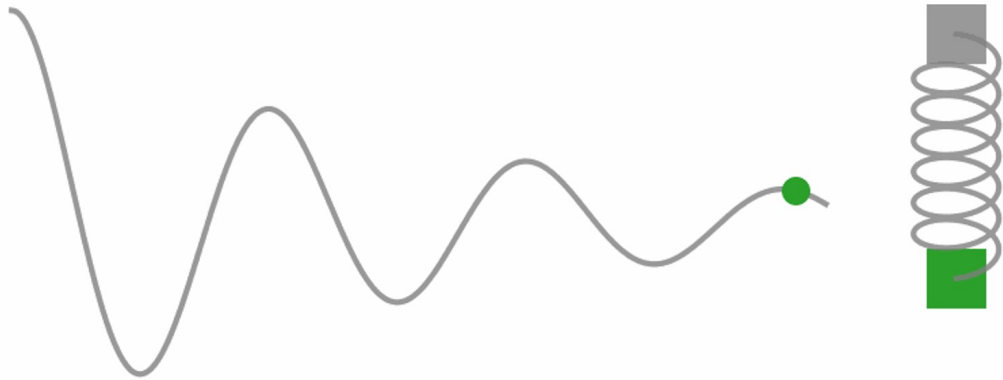
**Цель:** Построение и обучение специализированного класса нейронных сетей для ускорения гидродинамического моделирования ПХГ при допустимых потерях точности относительно традиционного численного моделирования.

При успешной реализации данного подхода становится возможным:

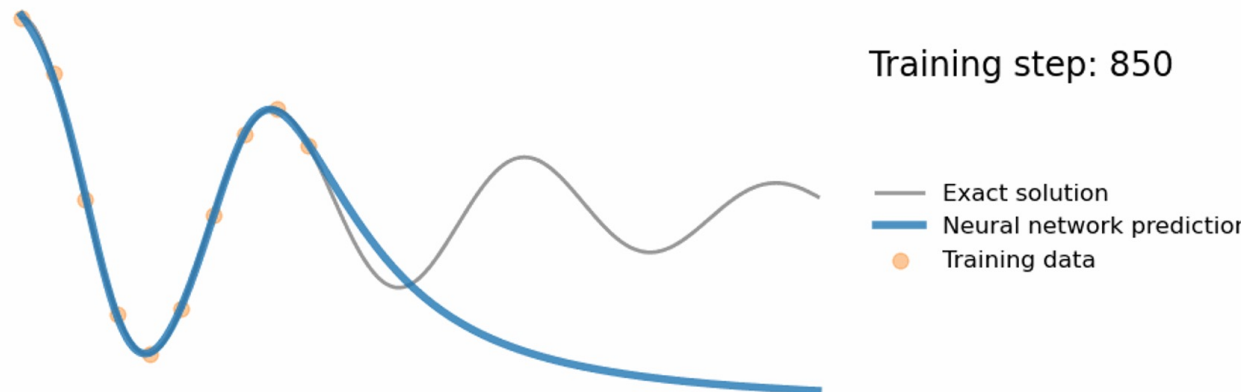
- Поддержка принятия решений по распределению закачки/отбора газа по скважинам и по площади;
- Оценка возможных последствий на конец периода;
- Использование результатов для более верхнеуровневых расчетов.

## Проблемы глубокого обучения в моделировании физических систем

Пример - гармонический осциллятор



Полносвязная нейронная сеть



Нейронная сеть – это отображение между конечномерными пространствами (наборами точек).

Физические процессы описываются дифференциальными уравнениями (ДУ) – объектами бесконечномерных (функциональных) пространств.

Как следствие – ограниченность нейросетевых моделей в предсказании поведения системы в условиях, отличных от тех, на которых они были обучены.

Могут ли нейронные сети аппроксимировать решения ДУ с заданной точностью?

Теоретически — могут (теорема Цыбенко, 1989)

Практически — PINN (2017), Neural Operators (2021)

## Нейронные сети информированные физикой (PINN)

Berg J, Nyström K. (2017), Raissi M, Perdikaris P (2017)

**На примере уравнения фильтрации:**

Набор точек для обучения:  $S = \mathcal{G}_{int} \cup \mathcal{G}_{tb} \cup \mathcal{G}_{sb}$

Произвольная нейронная сеть:  $(x, t) \rightarrow u_{\theta}(x, t)$ ,  $\theta \in \Theta$

Вводятся невязки:

для начальных условий:  $\mathcal{R}_{tb,\theta} = u_{\theta}(\cdot, 0) - \bar{u}$

для граничных условий:  $\mathcal{R}_{sb,\theta} = u_{\theta}|_{\partial D}$

для левой и правой частей уравнения:  $\mathcal{R}_{int,\theta} = \partial_t u_{\theta} - \partial_{xx} u_{\theta}$

Производные получают с помощью механизма автодифференцирования

Невязки добавляются в функцию потерь:

$$J = \frac{1}{N_{tb}} \sum_{n=1}^{N_{tb}} |\mathcal{R}_{tb,\theta}(x_n)|^2 + \frac{1}{N_{sb}} \sum_{n=1}^{N_{sb}} |\mathcal{R}_{sb,\theta}(x_n, t_n)|^2 + \frac{1}{N_{int}} \sum_{n=1}^{N_{int}} |\mathcal{R}_{int,\theta}|^2$$

Модель автоматически (по построению) будет аппроксимировать заданное уравнение в процессе обучения.

**Преимущества PINN:**

Интерпретируемы

Не зависят от сетки дискретизации

**Недостатки PINN:**

Вычислительно затратны — требуется обучение для **каждой комбинации** начальных и граничных условий (!)

Возможны проблемы со сходимостью, поскольку функционал ошибки сложный многомерный.

Большинство исследований по PINN при решении прямых задач сфокусированы на игрушечных/упрощенных задачах, чтобы продемонстрировать Proof-of-Concept

# Нейронные операторы (обобщение нейронных сетей до бесконечных размерностей)

Lu L, et al. (2020), Li Z, et al. (2020), Kovachki N, et al. (2021)

Абстрактное ДУЧП:  $\mathcal{D}_a(u) = f$

$X, Y$  – Банаховы пространства (входа и выхода ДУЧП)

Оператор решения:  $\mathcal{G} : X \rightarrow Y$  при  $\mathcal{G}(a, f) = u$

Задача: Обучить оператор на имеющихся данных

**Проблема** – нейронные сети отображают конечномерные пространства, а в общем случае размерность пространств входа и выхода ДУЧП – бесконечномерная.

**Идея** — обучать модель в непосредственно функциональных пространствах.

**Классические** глубокие нейронные сети:  $\mathcal{L}_\theta = \sigma_K \circ \sigma_{K-1} \circ \dots \circ \sigma_1$

где отдельно взятый слой:  $\sigma_k(y) = \sigma(A_k y + B_k)$

**Нейронный оператор:**  $\mathcal{NO} : \mathcal{N}_\theta = \mathcal{N}_L \circ \mathcal{N}_{L-1} \circ \dots \circ \mathcal{N}_1$

отдельный скрытый слой:  $\mathcal{N}_l v(x) = \sigma \left( A_l v(x) + B_l(x) + \int_D K_l(x, y) v(y) dy \right)$

где  $K_l(x, y)$  — ядро интегрального оператора

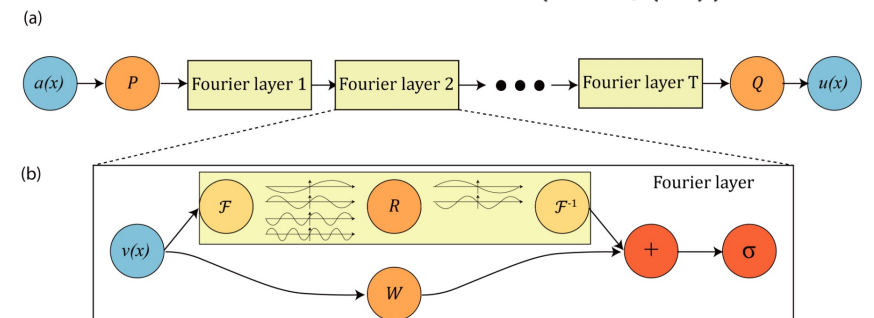
## Преимущества:

Качественно обученный нейронный оператор не требует повторного дообучения для различных реализаций ДУЧП

## Недостатки:

В общем случае вычислительная сложность для каждого слоя — квадратичная  $\sim \mathcal{O}(N^2)$

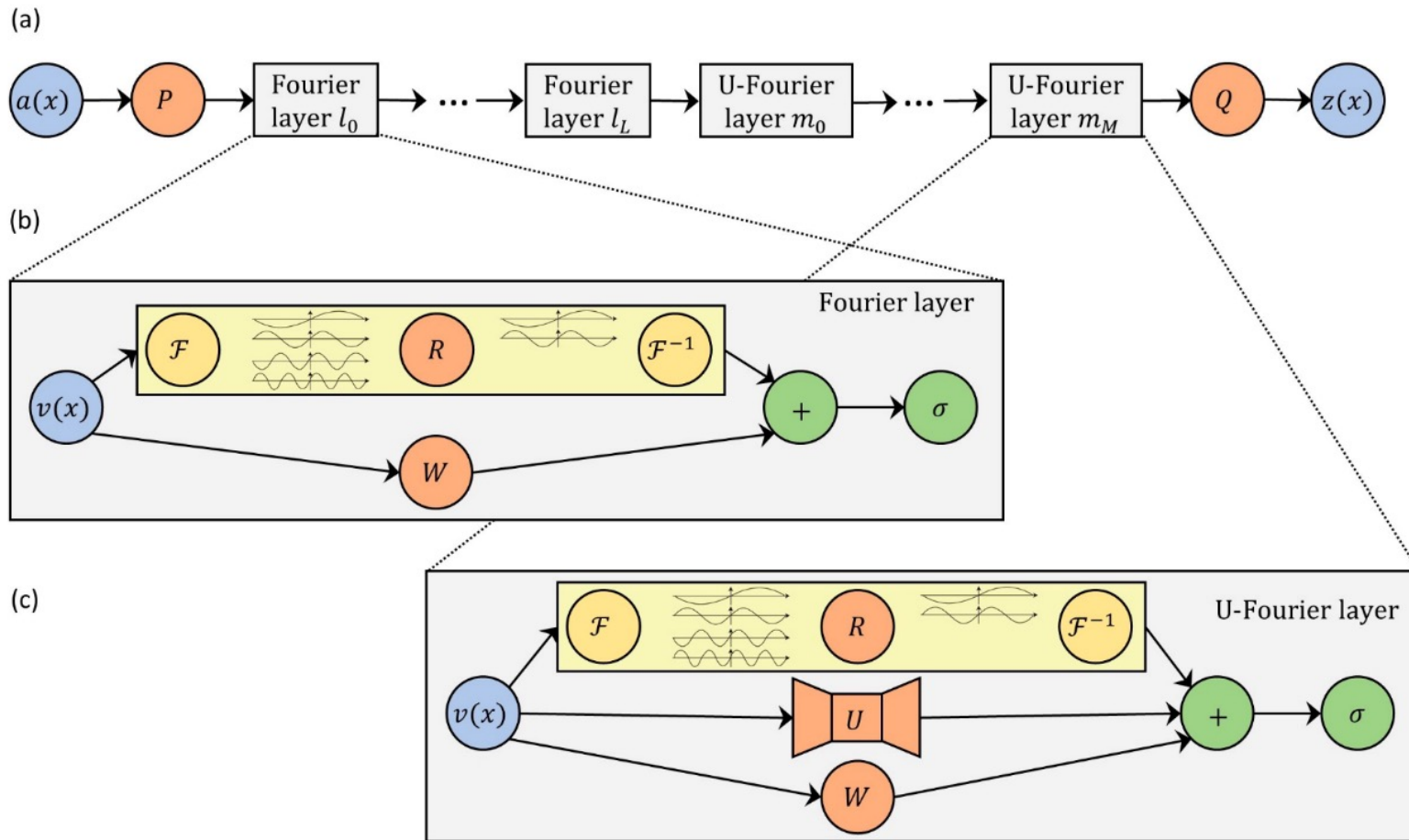
Выход — **Нейронный оператор Фурье**, благодаря быстрому преобразованию Фурье достигается логарифмическая сложность  $\mathcal{O}(N \log(N))$





# Модифицированный нейронный оператор Фурье (U-FNO)

Gege Wen, Zongyi Li (2022)





# График функции потерь и оценка качества на тестовой выборке



Функция потерь в процессе обучения

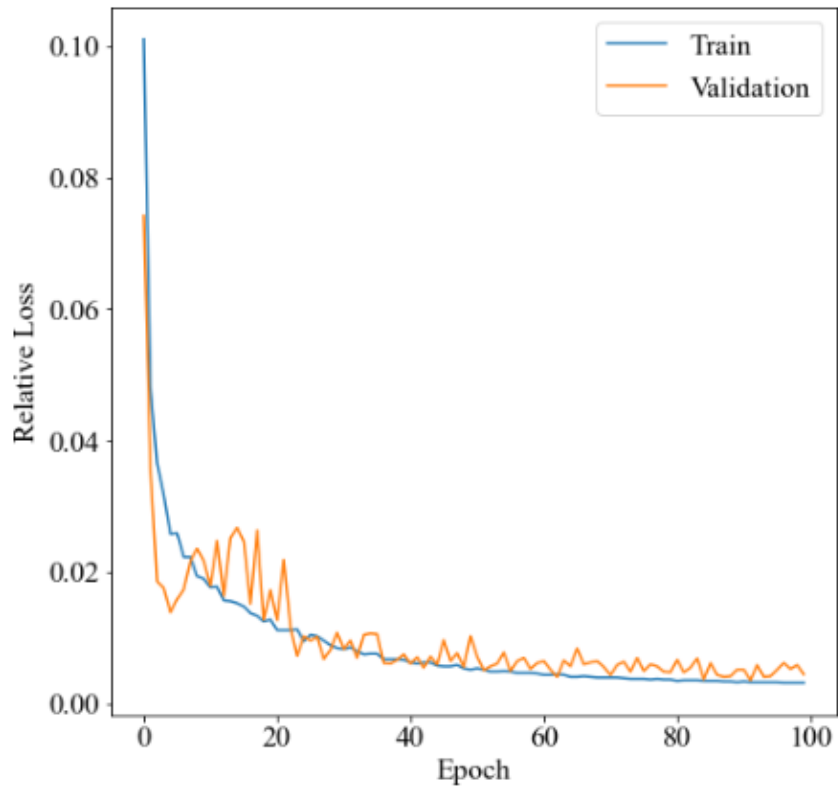
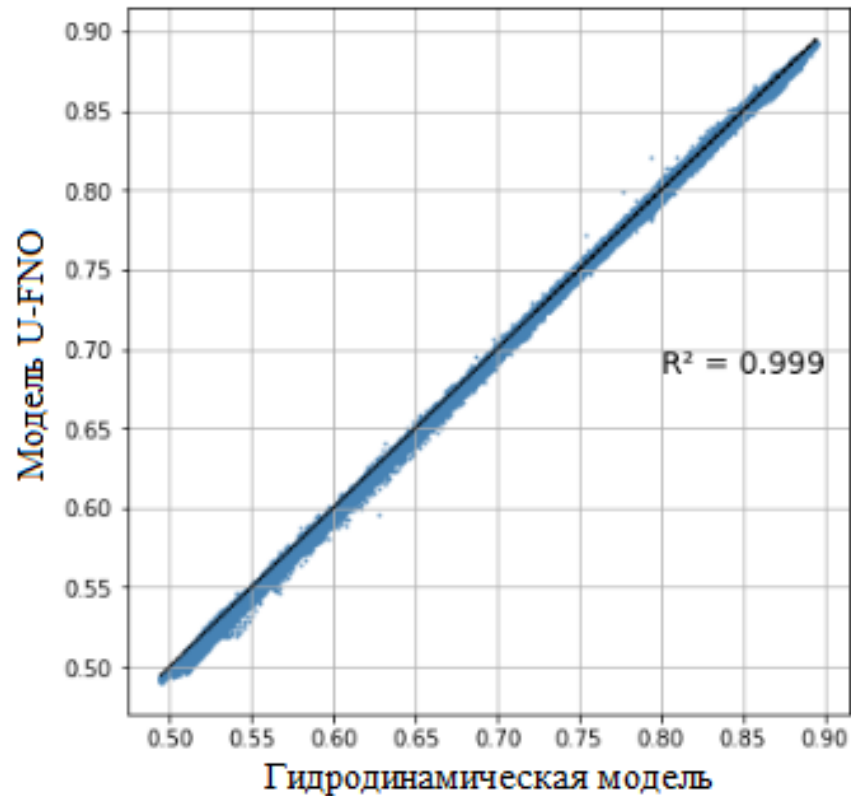


Диаграмма рассеяния и  $R^2$

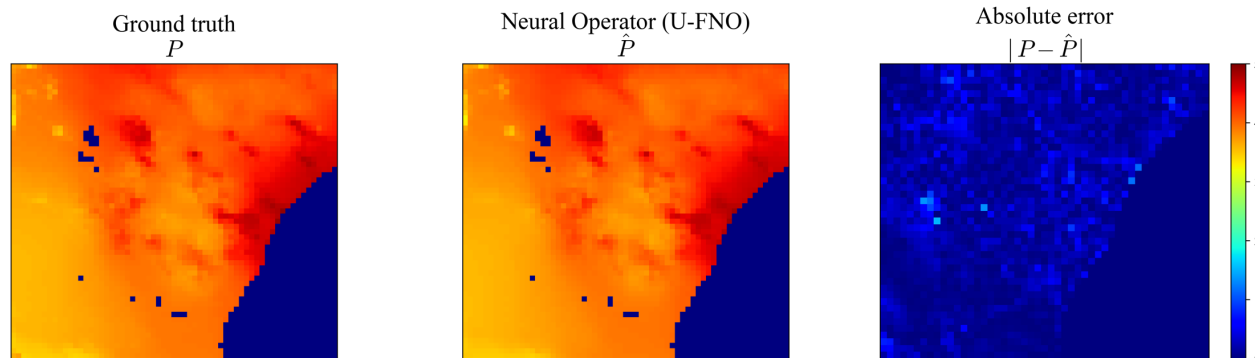


Статистические параметры ошибок модели

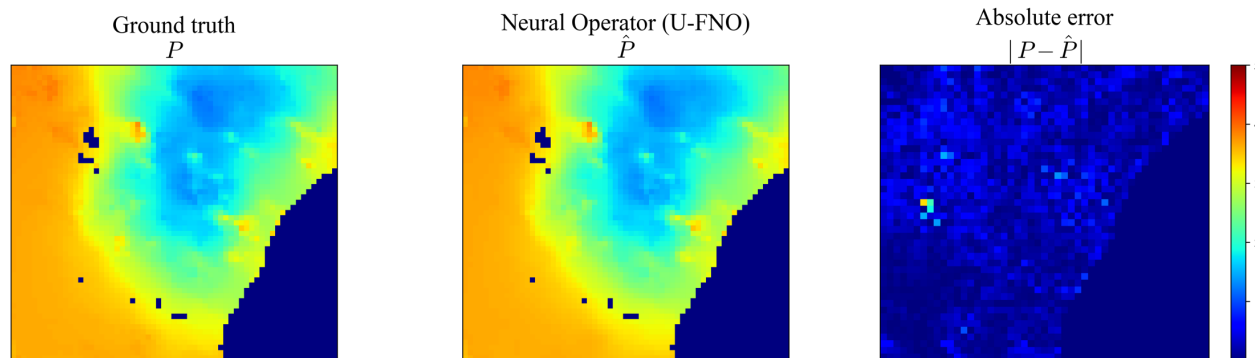
Среднее	Ст. откл.	Ед. изм.
0.006	0.2	кгс/см <sup>2</sup>

# Визуализация пластового давления из ГДМ, обученного нейронного оператора и абсолютной ошибки на тестовой выборке

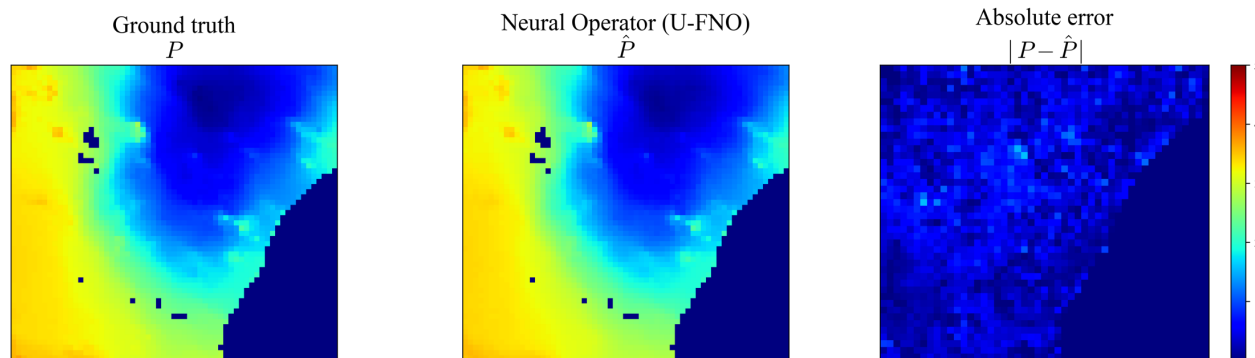
Time Step: 4/16



Time Step: 10/16

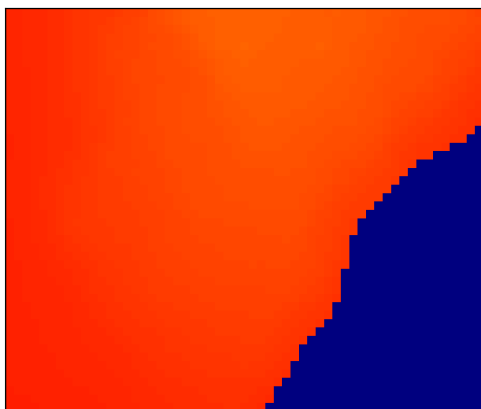


Time Step: 16/16

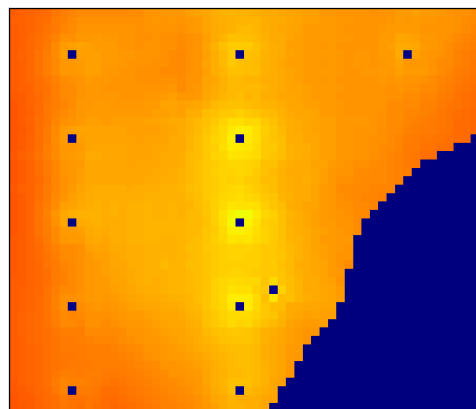


Time step: 16/16

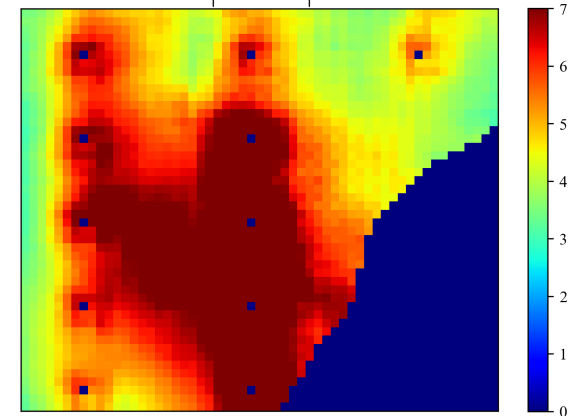
Ground truth  
 $P$



Neural Operator (U-FNO)  
 $\hat{P}$

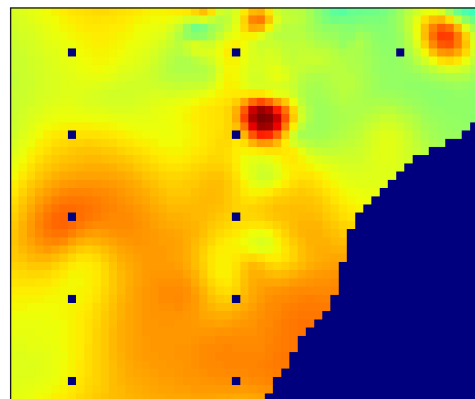


Absolute error  
 $|P - \hat{P}|$

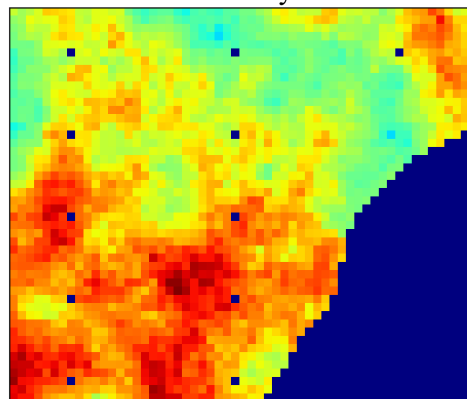


Reservoir properties

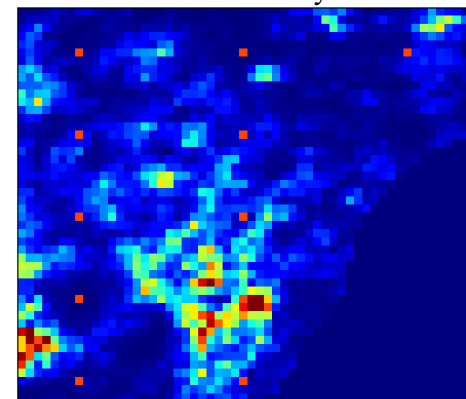
Cell volume



Porosity



Permeability



- Построен и обучен оператор Фурье с добавлением слоев U-Net (U-FNO) для гидродинамического моделирования процессов фильтрации газа в ПХГ.
- Впервые показано, что данный метод может быть применен не только для задач моделирования фильтрации газа в цилиндрической системе координат с одной скважиной, но и для задач трехмерной фильтрации газа в декартовой системе координат с множеством скважин.
- Обученный нейронный оператор осуществляет моделирование заданного сценария за доли секунды, что по меньшей мере в  $10^6$  раз быстрее, чем традиционный численный симулятор.
- Таким образом, становится возможным применение данной модели в задачах оптимизации режимов работы ПХГ.



СПАСИБО!

Вопросы, предложения, замечания:  
E-mail: [D.Sirota@adm.gazprom.ru](mailto:D.Sirota@adm.gazprom.ru)  
tg: @ds11011