

«Стандартный» подход к выделению имиджей гамма- квантов (на контрольной выборке для PyTorch и TensorFlow)

Евгений Постников, НИИЯФ МГУ,
evgeny.post@gmail.com

Обычно качество выделения гамма-квантов оценивают не по всей симулированной выборке, а только по ее части, остающейся после процедуры *image cleaning* – отбрасывания событий, причисляемых к «порожденным засветкой ночного неба» (остающиеся события считаются «порожденными первичными космическими частицами», гамма-квантами или протонами)

Однако, поскольку PyTorch и TensorFlow применялись ко всей выборке без предварительного image cleaning, для более корректного сравнения этих пакетов и традиционной методики будем все события, отброшенные при image cleaning, тоже учитывать в вычислении качества выделения гамма-квантов (Q-фактора): будем относить их к протонам

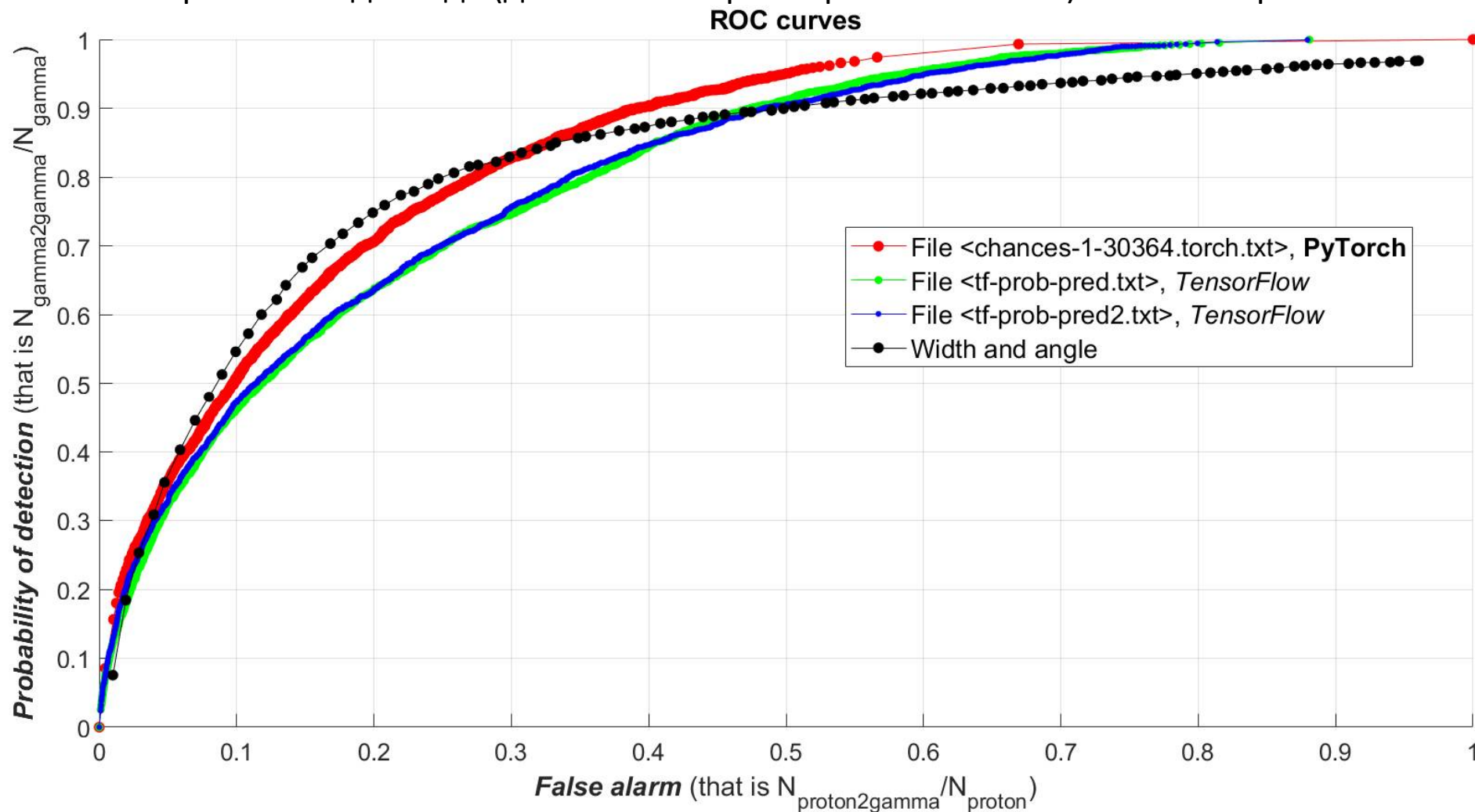
$$\text{Q-factor value} \\ (N_{\text{gamma}^2\text{gamma}}/N_{\text{gamma}}) / \text{sqrt}(N_{\text{proton}^2\text{gamma}}/N_{\text{proton}})$$

- Q(TensorFlow)~1.48 (50.6% of gamma are saved and 88.4% of protons are suppressed)
- Q(PyTorch)~1.74 (60.5% of gamma are saved and 87.9% of protons are suppressed)
- Q~1.76 (60.8% of gamma are saved and 88.1% of protons are suppressed) for two cuts of geometrical image parameters (image width and image angle) after “6/3pe image cleaning”

ROC-кривые (Receiver Operating Curves) - зависимость одного вида ошибки классификации от другого вида ошибки (всего два вида, т.к. классов два).

По оси x False Alarm, по оси y Probability of detection.

Если кривая одного метода классификации всегда выше кривой другого метода, первый метод всегда (для любых порогов распознавания) точнее второго



Как проводился image cleaning?

Использовалась самая простая схема, состоящая всего из двух порогов: большой порог для внутренних пикселей имиджа и маленький порог для внешних пикселей имиджа (то есть окружающих внутренние).

В имидже оставались только пиксели, число фотоэлектронов в которых превышает большой порог (внутренние пиксели имиджа), и при этом хотя бы в одном из окружающих их пикселей число фотоэлектронов превышает маленький порог (внешние пиксели имиджа). И внутренние, и внешние остаются в имидже; все остальные пиксели обнуляются.

В отличие от стандартного подхода, все имиджи, число пикселей которых после клининга стало малым (3, 2, 1 или даже 0) продолжали участвовать в классификации и вычислении Q-фактора.

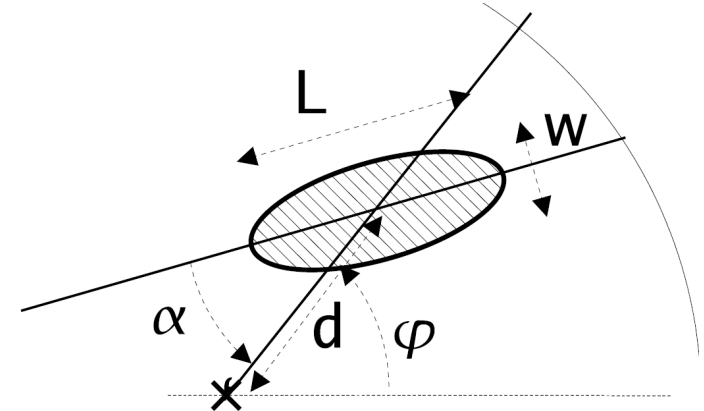
Значения обоих порогов были приблизительно подобраны оптимальными, чтобы Q-фактор последующей процедуры классификации был наибольшим (получился большой порог 6 фотоэлектронов и маленький порог 3 ф.э.).

Какие параметры использовались для приведенной выше классификации?

Обычно используют приблизительно до 10 параметров, каждый из которых характеризует образ события в камере телескопа (длина, ширина, ориентация, «острота» максимума, асимметрия и т.п.).

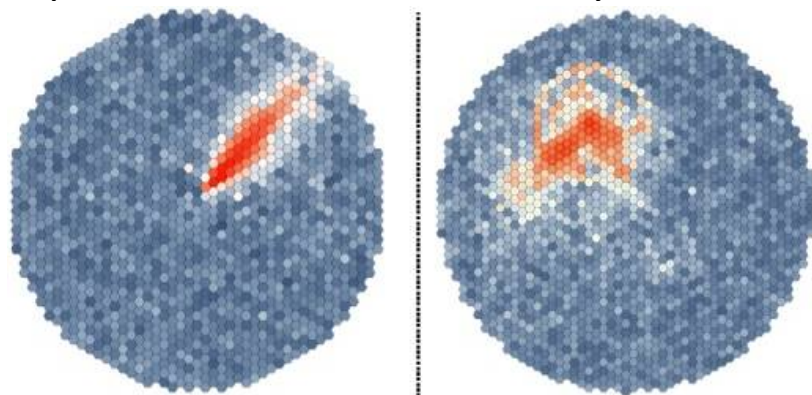
Для простоты в нашем случае были использованы только 2 самых популярных параметра:
Ширина имиджа;
Угол имиджа (угол между большой осью эллипса-аппроксимации имиджа и линией, соединяющей центр масс имиджа и центр камеры).

Ширина имиджа может использоваться для выделения гамма-квантов всегда; угол имиджа, определяемый так, как выше – только в случае, если источник гамма-квантов точечный (не диффузное излучение) и телескоп наведен на этот источник (его изображение располагается в центре камеры). В нашем Монте-Карло эти условия соблюдены, т.к. они соответствуют реальным условиям работы телескопа TAIGA-IACT в сезоне 2017-2018 – слежение за точечным источником гамма-излучения в Крабовидной туманности («Крабом»).



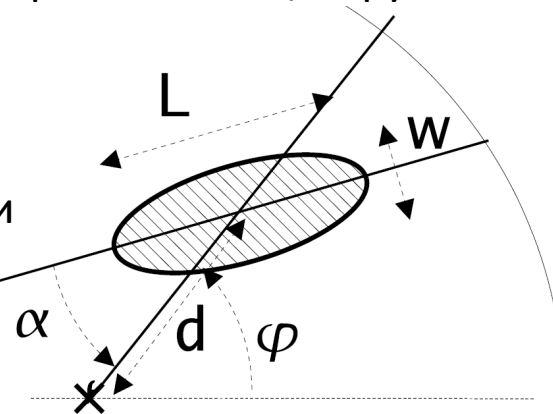
Физические обоснования параметров выделения гамма-квантов

Ширина имиджа используется для выделения гамма-квантов ввиду различия характеров развития ливня вторичных частиц, порожденных гамма-квантом («электромагнитный ливень») и протоном («адронный ливень»). Адронные ливни более широкие, электромагнитные более узкие. Соответственно, порожденные ими черенковские имиджи в камере телескопа также более узкие для гамма-квантов и широкие для протонов.



Угол имиджа используется ввиду того факта, что гамма-кванты приходят от точечного источника, на который направлена ось телескопа («режим слежения за источником»). В этом случае имиджи вытянуты вдоль направления к центру

камеры («имиджи смотрят на источник»). Поэтому угол имиджа (угол между большой осью имиджа и направлением на центр камеры) в идеале должен быть нулевым, а при наличии измерительных погрешностей должен быть меньше для гамма-квантов, чем для протонов, приходящих равномерно с любого участка неба.



Расчет параметров имиджа

Условие “The image axes: this line minimizes the signal-weighted sum of squares of perpendicular angular distance of the detectors” – это условие так называемой «ортогональной» (т.к. расстояния перпендикулярны) регрессии в 2-мерном пространстве декартовых координат пикселей x и y . Линия ортогональной регрессии совпадает с ориентацией собственного вектора ковариационной матрицы переменных x и y , соответствующего максимальному собственному значению. Это же главная ось эллипса рассеяния x и y .

Определения “The r.m.s. spread of light in direction parallel and perpendicular to this axis are referred to as LENGTH and WIDTH of the image” означают, что длина и ширина имиджа – это стандартные сигмы (r.m.s.) «в направлении» и «перпендикулярно направлению» этой оси, т.е. в направлении и перпендикулярно направлению собственного вектора ковариационной матрицы. Значит, это стандартные сигмы преобразованных переменных x' и y' , таких, для которых оси эллипса рассеяния направлены вдоль осей координат (чтобы вычислять сигмы обычным способом), т.е. таких, для которых ковариационная матрица диагональна. Диагональный вид матрица имеет в базисе из собственных векторов, причем на главной диагонали диагональной ковариационной матрицы находятся собственные значения (дисперсии преобразованных переменных). Таким образом, длина и ширина имиджа – квадратные корни из собственных значений ковариационной матрицы x и y (максимальное и минимальное соответственно).

Расчет параметров имиджа

Для нахождения собственных значений и векторов ковариационной матрицы x и y решается характеристическое уравнение:

$$\det \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

Для двух переменных x и y (на плоскости) это квадратное уравнение:

$$(\sigma_{xx} - \lambda)(\sigma_{yy} - \lambda) - \sigma_{xy}^2 = 0$$

Поэтому (квадрат) длины имиджа равен наибольшему корню λ :

$$\langle Length \rangle^2 = \lambda_{max} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}$$

а квадрат ширины – наименьшему:

$$\langle Width \rangle^2 = \lambda_{min} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} - \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}$$

Угол имиджа вычисляется как угол между собственным вектором, соответствующим наибольшему корню λ кв.уравнения, и прямой линией между центром масс имиджа и центром камеры. Физический смысл имеет модуль этого угла (как мера отклонения направления прихода ливня от направления на источник гамма-квантов). Он варьируется от 0 до 90 градусов.

Все расчеты производятся после процедуры image cleaning.