Уфа : УГАТУ, 2013 Вестник УГАТУ Т. 17, № 5 (58). С. 210–218

УДК 004.65

Сравнительный анализ алгоритмов построения больших коммуникационных сетей со свойствами "малого мира"

А. П. Демичев[1], **В. А. Ильин**[2], **А. П. Крюков**[3], **С. П. Поляков**[4]

[1] demichev@theory.sinp.msu.ru, [2] ilyin@theory.sinp.msu.ru, [3] kryukov@theory.sinp.msu.ru, [4] s.p.polyakov@gmail.com

[1–4] НИИ ядерной физики им. Д. В. Скобельцына МГУ им. М. В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ)
[2] Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт" (НИЦ КИ)

Поступило в редакцию 04.03.2013

Аннотация. Предлагается подход к разработке коммуникационных сетей суперкомпьютеров следующего поколения. Рассмотрен ряд как известных в литературе, так и оригинальных алгоритмов построения сложных сетей со свойствами "малого мира", а именно, с медленным (логарифмическим) ростом среднего расстояния между узлами с ростом их числа. При этом сети, построенные на основе этих алгоритмов, имеют базовую структуру регулярной решетки с дополнительными перемычками между узлами, которые и обеспечивают свойства "малого мира". Предложена методика сравнения эффективности алгоритмов различных типов.

Ключевые слова. Суперкомпьютеры; коммуникационные сети; сети «малого мира»

После того как был преодолен петафлопсный (10^{15} FLOPS) барьер производительности суперкомпьютеров, перед разработчиками высокопроизводительных вычислительных систем встал вопрос о принципах построения систем следующего поколения — с производительностью порядка экзафлопса (10^{18} FLOPS). Хотя появление реальных вычислительных систем такого уровня ожидается не ранее 2018–2020 года, подходы и принципы их построения начинают интенсивно разрабатываться уже сейчас, поскольку на пути к их построению предстоит решить ряд сложных научно-технических задач и выработать принципиально новые решения для их архитектуры и аппаратной реализации.

Одной из важнейших составляющих суперкомпьютеров является коммуникационная сеть, которая в первую очередь определяет возможность увеличения числа вычислительных узлов, что необходимо для достижения желаемой производительности. Таким образом, одной из ключевых задач, которую предстоит решить на пути к построению суперкомпьютеров следующего поколения, является разработка коммуникационных сетей с хорошими свойствами масштабируемости и возможностью эффективно обслуживать огромное число вычислительных узлов (см., например, [1]).

Работа поддержана грантом РФФИ 12-07-00408-а.

Тремя основными аспектами проектирования коммуникационных сетей, которые в наибольшей степени определяют их функциональные свойства, являются: топология сети, метод управления потоками и алгоритм маршрутизации. В данной работе обсуждается, в основном, топология коммуникационной сети (в том смысле, в котором термин используется в теории сетей). Два других аспекта очень важны, но выходят за рамки текущего обсуждения. Выбор подходящей топологии жизненно важен для проектирования сети, поскольку маршрутизация и механизмы управления потоком в большой степени основаны на ее свойствах.

В работе рассматриваются только прямые сети, в которых каждый узел является терминальным, действующим и как источник, и как приемник для сообщений. Непрямые сети (содержащие узлы-рутеры, которые используются только для маршрутизации) имеют свои достоинства для ограниченного числа узлов, но плохо масштабируются. В идеальном случае коммуникационная сеть должна была бы быть полностью соединена (полный граф), чтобы позволить одновременную непосредственную связь между всеми парами узлов и обеспечить оптимальную пропускную способность и время задержки. Этот подход также может быть применен лишь к системам с небольшим числом узлов и не масштабируется на большие сети из-за слишком быстрого роста числа необходимых связей между узлами. Масштабируемость функциональных характеристик сети обеспечивается правильной комбинацией хорошего выбора топологии и алгоритмов маршрутизации.

В данной работе рассматриваются обобщения регулярных решеток с топологией n-мерных торов. В литературе, посвященной сетям, для такой топологии часто используется термин "k-ary n-cube" [2]. Известно, что такие сети при большом числе узлов имеют много преимуществ по сравнению с другими архитектурами, например, гиперкубами высоких размерностей (см., например, [3]). Важным аргументом в пользу использования регулярных решеток является тот факт, что на такую структуру коммуникационной сети естественным образом отображаются параллельные вычислительные задания, связанные с численным моделированием n-мерных объектов. В частности, коммуникационные сети со структурой трехмерной решетки оптимальны для моделирования трехмерных реальных объектов, а именно такого типа задачи, как предполагается, будут составлять значительную долю задач, решаемых на суперкомпьютерах следующих поколений, в частности, суперкомпьютеров экзафлопсного уровня.

Однако при огромном числе узлов, характерном для компьютеров следующих поколений, архитектура регулярных решеток с топологией n-мерных торов имеет и существенные недостатки. В частности, решетки невысокой размерности имеют весьма большую среднюю длину пути между узлами, а решетки высокой размерности, сравнимой с логарифмом числа узлов, трудно реализовать технически из-за большой длины физических коммуникационных каналов. С другой стороны, известно, что наилучшими структурами вычислительных систем по различным критериям функционирования, например, производительности и надежности, при одинаковом числе вычислительных узлов и каналов связи, являются структуры с минимальным средним расстоянием между узлами (см., например, [4]). Поэтому обычные сети с простой структурой регулярных решеток окажутся недостаточно эффективными для решения более общего типа задач, не связанных с триангуляцией трехмерных объектов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В связи со сказанным выше, представляется перспективным использовать для построения коммуникативных сетей для суперкомпьютеров следующих поколений сети со свойствами "малого мира" [5], одним из важнейших свойств которых является малое среднее расстояние между узлами и малый диаметр сети. Более точное выражение свойства малой средней длины заключается в следующем: для регулярной D-мерной решетки среднее расстояние между узлами d растет как степень числа узлов: $d \sim N^{1/D}$, а для сети со свойствами малого мира существенно медленнее: $d \sim \ln N$.

В классическом варианте [5] сложные сети со свойствами малого мира получаются на промежуточной стадии процесса стохастической трансформации регулярных решеток в полностью случайные графы Эрдеша–Реньи (см., например, обзор [6] и ссылки в нем). При этом структура регулярной решетки нарушается, что, как отмечалось выше, нежелательно для коммуникационных сетей суперкомпьютеров. Поэтому в данной работе предлагается использовать ряд модификаций способа построения сетей с малой средней длиной пути между узлами, при которых сохраняется базовая решеточная структура, но к ней определенным образом добавляются дополнительные связи, называемые перемычками, которые и обеспечивают свойства "малого мира". Для краткости мы в дальнейшем будем использовать для таких сетей термин ``решеточные сети с перемычками" (РСП). Необходимо отметить, что помимо малой средней длины пути между узлами, еще одним общим отличительным свойством сетей со свойствами малого мира является высокая степень кластеризации [5, 6]. Высокая кластеризация обеспечивает локальную устойчивость сети: существование локальных обходных путей при выходе из строя какого-либо узла сети. Однако в нашем случае такую локальную устойчивость (существование локальных обходных путей) для $D > 1$ обеспечивает решеточная основа, и поэтому мы не будем обсуждать это свойство малого мира в данной работе.

Длина пути (расстояние) между узлами понимается в сетевом смысле: как минимальное число ребер, по которым надо пройти, чтобы попасть из одного узла в другой. Соответственно среднее расстояние между несовпадающими узлами определяется как среднее по всем парам узлов данной сети. Однако для больших сетей определенная таким образом длина пути между узлами может оказаться неадекватной характеристикой, поскольку для нахождения кратчайших маршрутов необходимо знать глобальную структуру сети. Соответственно маршрутизация сообщений, использующая кратчайшие пути, может оказаться слишком сложной и неэффективной, так как связана с хранением и обработкой большого объема информации. Поэтому особую важность приобретают алгоритмы маршрутизации, основанные на локальной навигации [7]. В краткой формулировке задача навигации в сетях ставится следующим образом: узел “знает” географическое положение (другими словами, положение в базовой решетке) всех узлов, а также своих ближайших сетевых соседей с учетом дополнительных перемычек; необходимо доставить сообщение в узел назначения по возможно кратчайшему пути, не используя глобальной информации обо всех перемычках в сети. В простейшем варианте эту задачу решает так называемый жадный алгоритм (greedy algorithm): текущий узел пересылает сообщение тому из своих соседей, который географически (то есть в смысле координат на решетке) ближе всего к цели (узлу назначения). Таким образом, в данной работе наряду с глобальным средним расстоянием между узлами рассматривается и средняя навигационная длина пути между узлами сети, как важная характеристика, определяющая коммуникационные свойства сети. При этом для некоторых рассмотренных сетей оказалось необходимым рассмотреть обобщение обычного жадного алгоритма, при котором учитывается не только положение ближайших соседей текущего узла, но и соседей соседей. Другими словами, сообщение на каждом шаге пересылается в тот соседний узел, один из соседей которого ближе всего к узлу назначения в смысле решеточной метрики. Хотя при таком алгоритме объем вычислений на каждом шаге маршрутизации несколько увеличивается, но алгоритм остается локальным (не вычисляется весь путь до адресата, и объем не зависит от размеров системы). Поэтому этот алгоритм является хорошо масштабируемым, и приемлем для сверхбольших коммуникационных сетей.

Таким образом, в данной работе мы исследуем среднюю глобальную и среднюю навигационную длины пути между узлами сети, как важнейшие характеристики, определяющие коммуникационные свойства сети. Основной целью работы является разработка оптимального алгоритма построения сети с большим числом узлов, но малой средней глобальной и навигационной длиной пути между узлами. Общая идея состоит в добавлении к решеточной основе дополнительных перемычек по специальному алгоритму (или алгоритмам), так, чтобы оптимизировать соотношение "цены" и "качества" для получаемой таким образом сети. В качестве "цены" выступает удельная длина дополнительных перемычек (общая длина перемычек в единицах базовой решетки, деленная на число узлов сети), а "качество" — это глобальная или навигационная средняя длина пути между узлами.

ВЫБОР ТИПА И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ СО СВОЙСТВАМИ "МАЛОГО МИРА"

Стохастические алгоритмы

Как уже упоминалось, оригинальный алгоритм получения сложной сети со свойствами малого мира [5] является стохастическим: на каждом шаге алгоритма ребра графа меняют свое положение с некоторой вероятностью. В результате многократного применения такого алгоритма возникает ансамбль графов с некоторым распределением их характеристик, в частности, с некоторым распределением средней длины пути между узлами экземпляра графа. Для многих реальных сетей стохастический процесс их образования оказывается внутренне присущим (так, это справедливо для сети Интернет; другие примеры стохастических сетей см., например, в [6]). Проектирование коммуникационной сети суперкомпьютера находится под контролем разработчика, и стохастичность не является внутренне присущим элементом этого процесса.

Хотя часть полученных результатов справедлива для решеток произвольной размерности, в данной работе рассматривается простейший случай одномерной решетки с топологией окружности.

Стохастический алгоритм построения сетей малого мира с сохранением базовой решетки предложен в ряде работ, в частности, в работах [8] (см. также обзор [9] и ссылки в нем). В одномерном случае он формулируется следующим образом.

Алгоритм S1: (1) исходным объектом является одномерная решетка с L узлами и топологией окружности; (2) последовательно перебираются все узлы решетки и с вероятностью $0 < p \leq 1$ к каждому узлу i подсоединяют первый конец перемычки; (3) второй конец перемычки (то есть, узел решетки j, в который она входит) не может совпадать с соседями исходного узла в смысле базовой решетки и приводить к дублированию уже существующей перемычки, а в остальном выбирается случайно с вероятностью $P(r) \sim r^{-\alpha}$, которая является степенной функцией решеточного расстояния $r=r_{ij}$ между узлами.

Зависимость вероятности перемычки от расстояния между узлами отражает корреляцию между топологическими и пространственными свойствами сети [9].

При использовании алгоритма S1 построения РСП управляющими параметрами или, другими словами, параметрами, характеризующими ансамбль (аналог температуры для обычного канонического ансамбля в статистической физике), являются параметры L, p, α. Соответственно, эти параметры должны быть оптимизированы при построении сети на основе этого алгоритма.

При исследовании возможной архитектуры коммуникационной сети (которой внутренне не присуща стохастичность появления перемычек) может быть удобно использовать следующую модификацию алгоритма S1.

Алгоритм S1m: (1) исходным объектом является одномерная решетка с L узлами и топологией окружности (как в S1); (2) фиксируется число перемычек t, которые должны быть добавлены к решетке; (3) из всех L узлов решетки случайным образом выбираются t узлов, к которым подсоединяются первые концы перемычек; (4) второй конец каждой из t перемычек выбирается случайно и полностью идентично шагу 3 алгоритма S1.

При использовании алгоритма S1m построения РСП управляющими параметрами являются параметры L, t, α. Отличие от базового алгоритма S1 заключается в том, что если в базовом алгоритме случайным является как расположение, так и число перемычек, в алгоритме S1m случайным является только положение перемычек. Другими словами, степень стохастичности алгоритма уменьшается за счет сужения вероятностного пространства событий (конкретных реализаций РСП). С другой стороны, объединение вероятностных пространств алгоритма при всех допустимых значениях t эквивалентно объединению пространств событий базового алгоритма при допустимых значениях параметра p. Поэтому поиск оптимальной РСП, построенной по алгоритмам S1 и S1m, при достаточно репрезентативной выборке должен приводить к одинаковым результатам.

Можно попытаться еще уменьшить степень стохастичности алгоритма построения РСП следующим образом.

Алгоритм S2: (1) исходным объектом является одномерная решетка с L узлами и топологией окружности (как в S1 и S1m); (2) фиксируется общее число перемычек t, которые должны быть добавлены к решетке (как в алгоритме S1m) и фиксируется число $c < t$ перемычек, которые будут добавлены специальным образом; (3) из всех L узлов решетки случайным образом выбираются t-c узлов, к которым подсоединяются первые концы перемычек; (4) второй конец каждой из t-c перемычек выбирается случайно и полностью идентично шагу 3 алгоритма S1; (5) c перемычек добавляются специальным образом; перемычки добавляются последовательно одна за другой, при добавлении каждой перемычки: составляется список узлов, к которым уже присоединены перемычки (как перемычки, построенные на предыдущих шагах 2–4, так и новые, уже построенные на этом шаге перемычки); из этого списка узлов случайным равновероятным образом выбирается один и к нему подсоединяется новая перемычка; второй конец дополнительных перемычек выбирается так же как на шаге 4 (при этом новая перемычка не должна совпадать с предыдущими и с ребром базовой решетки).

При использовании алгоритма S2 построения РСП управляющими параметрами или, другими словами, параметрами, характеризующими ансамбль, являются параметры L, t, c, α. В алгоритме S2 не только число перемычек детерминировано, но положение их не вполне случайно, а подчиняется некоторым дополнительным правилам, причем степень этой регулярности определяется параметром c (при $c = 0$ алгоритм S2 совпадает с S1m). Как показывает численное моделирование, среднее расстояние между узлами РСП S2 в широком диапазоне значений параметра c меньше, чем среднее расстояние в РСП, построенных по алгоритмам S1 и S1m.

Детерминистские алгоритмы

Наиболее естественная попытка построения РСП со свойствами малого мира при помощи детерминистского алгоритма основана на простой идее: на каждом шаге алгоритма осуществляется соединение перемычкой наиболее удаленных друг от друга в сетевом смысле узлов. Вариант этого алгоритма построения РСП обсуждался в работе [10]. Помимо размера сети L, указанный алгоритм содержит один параметр – число перемычек t, который может быть использован для оптимизации соотношения цена – качество. Для удобства в данной работе будем называть этот алгоритм **D1**.

Алгоритм **D2** построения иерархических РСП предложен в работах [11, 12]. РСП, построенные по иерархическому алгоритму D2, напоминают хорошо известные циркулянтные графы. Некоторые типы циркулянтных графов, а именно мультипликативные циркулянтные графы, также обладают свойствами малого мира (см., например, обзор [13] и ссылки в нем).

Однако циркулянтные сети обладают большой удельной длиной перемычек. Алгоритм **D3** детерминистского построения РСП, предложенный в работе [14], использует циркулянтные сети с небольшой длиной перемычек в качестве основы, дополняя их небольшим числом длинных перемычек для обеспечения свойств малого мира.

В данной работе на основе идей алгоритма D2 и мультипликативных циркулянтных графов предложен новый алгоритм построения РСП, обеспечивающий логарифмический рост среднего расстояния между узлами. Как и в мультипликативных циркулянтных графах, используются перемычки длины $b, b^2, ..., b^k$ (для некоторых целых положительных b и k), однако число перемычек каждого типа уменьшается в зависимости от их длины, поэтому их удельная длина растет пропорционально k, а не b^k.

Алгоритм D4: (1) исходным объектом является одномерная решетка с L узлами и топологией окружности; (2) выбираются целые положительные параметры b, k, так, что $2 < b < L/2$, $b^k + k < L$, $k \le b^2$; (3) начиная с произвольного узла, узлы решетки последовательно нумеруются от 0 до L-1; (4) строятся $(k – 1)$ циклов следующим образом: для $i=2,..., k$-$1, k$, узлы i, $i + b^i$, $i + 2b^i$,..., $i+h_ib^i$, где h_i – целая часть $[(L$-$i)/b^i]$, последовательно соединяются перемычками в цикл; узел $i+h_ib^i$ соединяется с узлом i; (5) создается еще один цикл следующим образом: для $j=0, ..., h_1$ выбираются узлы $1+jb$, и затем для каждого узла выбирается ближайший по порядку узел q_j, в котором еще нет перемычки; таким образом получается набор узлов $\{q_0, q_1,..., q_{h1}\}$; если в этом наборе есть соседи по решетке, то один из таких узлов (с меньшим номером) удаляется из набора; узлы полученного набора последовательно соединяются перемычками в цикл.

Построенные по такому алгоритму РСП будем называть субциркулянтными. При такой архитектуре сети алгоритм навигации сообщений, сравнивающий решеточное расстояние до цели от всех соседей своих соседей, оказывается по эффективности сравним с алгоритмом, передающим сообщения по кратчайшему (глобально вычисленному) пути. Заметим, что ограничение $k \le b^2$ не является принципиальным и нужно для простоты изложения: при $k > b^2$ для того, чтобы расположить последовательно k узлов, входящих в k разных циклов, нужно менять длину некоторых перемычек уже в более чем одном цикле.

Выбор алгоритма построения коммуникационной сети на основе решетки с перемычками

Достаточно часто в реальных ситуациях качество эксплуатации исследуемого объекта или системы оценивается не единственным критерием или показателем качества, а совокупностью таких критериев. Такая постановка задачи приводит к задаче оптимизации с векторной целевой функцией, которая должна трактоваться неким определенным образом. В нашем случае мы будем учитывать два показателя: среднюю длину пути между узлами (глобальную d или навигационную l), что выражает "качество" РСП, и удельную длину перемычек C/L, что отражает "цену" построения РСП. Очевидно, что эти две величины взаимосвязаны: увеличивая цену C/L можно улучшить качество (уменьшить d или l), и, наоборот, улучшение качества зачастую связано с увеличением цены. Существует ряд подходов и методов для решения задач такой многокритериальной оптимизации (см., например, [15]). Мы будем использовать один из простейших и наглядных методов, а именно, метод взвешенных сумм (в более общем контексте такой подход называется скаляризацией многокритериальной оптимизации). Для этого введем следующие скалярные целевые функции $G_w = w\,d + (1\text{-}w)\,C/L$ и $G'_w = w\,l + (1\text{-}w)\,C/L$. Минимизация этих целевых функций означает, что подобраны оптимальные значения параметров алгоритмов с точки зрения качества (малой длины пути между узлами) и цены (малой длины перемычек). При этом параметр $0 \le w \le 1$ характеризует относительную значимость каждого из критериев (качество и цена). Другими словами, предлагаемый способ оптимизации предполагает, что для каждого значения параметра значимости критериев w должны быть подобраны значения параметров алгоритмов (например, p/t и α для S1/S1m; t, c и α для S2; размер сети L считаем заданным), которые минимизируют G_w или G'_w.

Для РСП, построенных по алгоритмам S1m с числом узлов L = 10 000, численно найдены параметры ансамблей t и α, при которых достигаются минимальные значения целевых функций при различных значениях значимости качества w. На рис. 1 эти данные представлены в случае G_w для параметра α, а на рис. 2 — для параметра t.

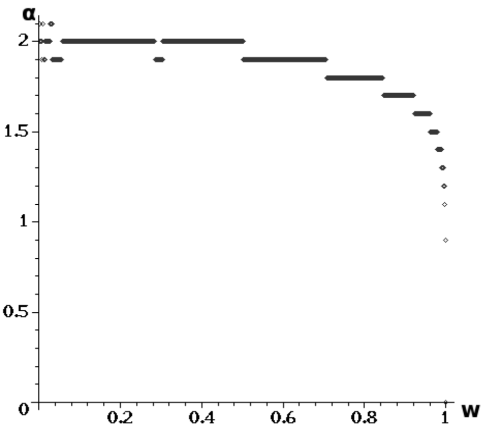

Рис. 1. Зависимость оптимального значения α (минимизирующего G_w) от параметра значимости качества w

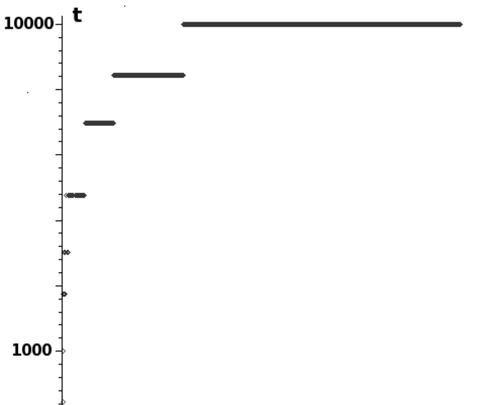

Рис. 2. Зависимость оптимального значения t (минимизирующего G_w) от параметра значимости качества w

Из этих результатов следует, что когда значимость качества w превышает значение ~ 0.35, число перемычек должно быть максимально возможным (равным числу узлов сети); при меньших значениях этого параметра важность минимизации длины перемычек приводит к уменьшению числа перемычек (значения t). Напротив, значения параметра α близкие к 2 (то есть к критическому значению с точки зрения сохранения свойств малого мира [8]) является оптимальным при значениях параметра w меньших значения ~ 0.5, то есть когда доминирует цена.

Как отмечалось выше, при локальной навигации можно использовать информацию о сетевых соседях на глубину больше единицы. В частности, можно рассмотреть вариант локальной навигации, когда просматриваются не только ближайшие соседи, но и соседи соседей. При этом сообщение на следующем шаге пересылается в тот соседний узел, один из соседей которого ближе всего к узлу назначения в смысле решеточной метрики. Для такой навигации можно определить соответствующую целевую функцию $G''_w = w\, l^{(2)} + (1 - w)\, C/L$, где $l^{(2)}$ — навигационная длина при двухуровневой навигации.

Целевые функции G_w, G'_w и G''_w позволяют сравнивать различные алгоритмы построения РСП, в том числе с различным набором параметров. В частности, результаты сравнения для стохастических алгоритмов S1m и S2 представлены на рис. 3. Каждая точка кривых на рис. 3 соответствует ансамблю сетей со значениями параметров алгоритмов S1m и S2, обеспечивающими минимум G'_w или G''_w при данном значении параметра значимости критерия качества w.

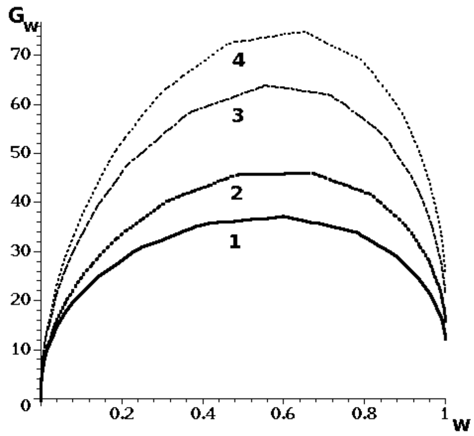

Рис. 3. Зависимость минимальных значений целевых функций от параметра значимости w: *1* – min G''_w для алгоритма S2; *2* - min G''_w для алгоритма S1m; 3 - min G'_w для алгоритма S2; 2 – min G'_w для алгоритма S1m

Результаты сравнения минимальных значений целевых функций показывают, что при использовании маршрутизации сообщений, основанной как на локальной навигации с двухуровневой глубиной просмотра, так и на одноуровневом жадном алгоритме, для построения сетей более предпочтительным является алгоритм S2.

Аналогичным образом можно сравнить РСП, построенные по детерминистским алгоритмам. При этом оказывается, что наилучшими свойствами в широком диапазоне параметра значимости качества *w* обладает алгоритм D4.

Осталось сравнить его со стохастическими алгоритмами. Соответствующие данные представлены на рис. 4, на котором показаны минимальные значения целевых функций для сетей, построенных на основе алгоритмов S2, D3 и D4.

Результаты сравнения минимальных значений целевых функций показывают, что практически во всем диапазоне значений параметра значимости *w* наиболее эффективным является предложенный в данной работе детерминистский алгоритм D4.

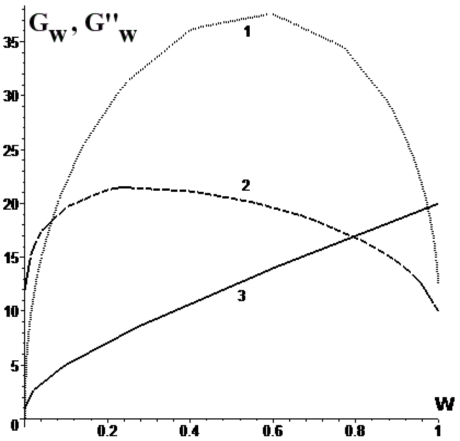

Рис. 4. Зависимость минимальных значений целевых функций от параметра значимости *w*: пунктирная кривая *1* – min G''_w для сетей S2; прерывистая кривая *2* – min G_w для D3 с двухпетлевым (double-loop) соединением хабов; сплошная кривая 3 – min G''_w для D4; L=10^4

Необходимо отметить, что сравнение со стохастическими алгоритмами проводилось для характеристик, усредненных по ансамблям. Если использовать такие алгоритмы для построения коммуникационных сетей, то после выбора оптимальных параметров ансамбля РСП, разработчик может с помощью численного моделирования попытаться найти в выбранном ансамбле экземпляр с наилучшими характеристиками. Поэтому естественным является вопрос о возможности улучшения характеристик сетей, полученных с помощью стохастических алгоритмов, за счет выбора наилучшего экземпляра в ансамбле.

Численное моделирование показывает, что для наилучшего стохастического алгоритма S2 большого выигрыша для соотношения ``цена – качества" за счет выбора удачного экземпляра получить не удается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен ряд как известных в литературе, так и оригинальных алгоритмов построения сложных сетей со свойствами "малого мира", а именно, с медленным (логарифмическим) ростом среднего расстояния между узлами с ростом числа узлов. При этом сети, построенные на основе этих алгоритмов, имеют базовую структуру регулярной решетки с дополнительными перемычками между узлами, которые и обеспечивают свойства "малого мира".

Предложена методика сравнения эффективности алгоритмов различных типов на основе оптимизации соотношения "цены" и "качества" для сетей, получаемых с помощью различных алгоритмов построения. В качестве цены выступает удельная длина дополнительных перемычек (общая длина перемычек в единицах базовой решетки, деленная на число узлов сети), а качество — это глобальная или локально-навигационная средняя длина пути между узлами. Оптимизация осуществляется для взвешенной суммы, в которой относительная значимость цены и качества определяется значением соответствующего параметра (веса).

Двумя основными классами алгоритмов являются стохастические и детерминистские алгоритмы построения сетей "малого мира". Поэтому существенным является вопрос: алгоритмы какого типа имеют лучшее соотношение критериев цена – качество. В результате исследования полученных сетей показано, что в случае одномерной базовой решетки и с точки зрения соотношения цена – качество предпочтительным типом сетей в широком диапазоне параметра относительной значимости указанных критериев являются субциркулянтные сети, которые строятся с помощью детерминистского алгоритма (в данной работе этот алгоритм обозначен как D4). Субциркулянтные сети имеют структуру, несколько похожую на структуру хорошо изученных мультипликативных циркулянтных графов, но с существенно меньшим числом перемычек (и, соответственно, более низкой ценой).

В последующих публикациях будет продолжено рассмотрение свойств, предложенных в данной работе сетей, как с точки зрения других характеристик (в частности, нагрузки на узлы, устойчивости и т.п.), так и обобщения на более высокие размерности базовой решетки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Deng Y., Zhang P.** Perspectives on exascale computing // Jour. of New Computing Architecture and Applications. 2010. Vol. 1. P. 8–22.
2. **Dally W. J. , Towles B. P.** Principles and Practices of Interconnection Networks. Amsterdam: Elsevier Science, 2003. 550 p.
3. **Dally W. J.** Performance analysis of k-ary n-cube interconnection networks // IEEE Trans. Comput. 1990. Vol. 39. P. 775–785.
4. **Kleinrock L.** Communication Nets: Stochastic Message Flow and Design. New York: McGraw-Hill, 1964. 220 p.
5. **Watts D. J., Strogatz D. H.** Collective dynamics of small-world networks // Nature. 1998. Vol. 393. P. 440–442.
6. **Albert R., Barabasi A.-L.** Statistical mechanics of complex networks // Rev. Mod. Phys. 2002. Vol. 74. P. 47–97.
7. **Kleinberg J. M.** Navigation in the small world // Nature. 2000. Vol. 406. P. 845.
8. **Moukarzel C. F. , de Menezes M. A.** Shortest paths on systems with power-law distributed long-range connections // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65. P. 056709-1–056709-9.
9. **Barthelemy M.** Spatial networks // Phys. Reports. 2011. Vol. 499. P. 1–101.
10. **Zhu Z.-Y., Mao B.-H., Hao H.-M., Gao J.-Z., Yang J.-J.** Regular small-world network // Chin. Phys. Lett. 2009. Vol. 26. P. 110502-1–110502-3.
11. **Boettcher S., Goncalves B., Azaret J.** Geometry and Dynamics for hierarchical regular networks // Jour. of Physics A. 2008. Vol. 41. P. 335003-1–335003-25.
12. **Boettcher S., Goncalves B., Guclu H.** Hierarchical regular small-world networks // Jour. of Phys. A. 2008. Vol. 41. P. 252001-1–252001-7.
13. **Монахова Э. А.** Структурные и коммуникативные свойства циркулянтных сетей // Прикладная дискретная математика. 2011. Vol. 3. P. 92–115.
14. **Comellas F., Ozona J., Peters J. G.** Deterministic small-world communication networks // Information Processing Letters. 2000. Vol. 76. P. 83.
15. **Steuer R. E.** Multiple Criteria Optimization: Theory, Computations, and Application. New York: John Wiley and Sons, 1986. 330 p.

ОБ АВТОРАХ

Демичев Андрей Павлович, ст. науч. сотр. Дипл. физик (МГУ им. М. В. Ломоносова, 1978). Канд. физ.-мат. наук по теор. и мат. физике (там же, 1987). Иссл. в обл. высокопроизвод. вычислений, теории сложн. сетей, мат. физики.

Ильин Вячеслав Анатольевич, нач. отделения. Дипл. физик (МГУ им. М. В. Ломоносова, 1975). Докт. физ.-мат. наук по теор. и мат. физике (там же, 1997). Иссл. в обл. систем распред. вычислений и обраб. данных, комп. алгебры, мат. физики.

Крюков Александр Павлович, нач. лаборатории. Дипл. физик (МГУ им. М. В. Ломоносова, 1977). Канд. физ.-мат. наук по мат. и прогр. обеспечению выч. машин, комплексов и комп. сетей (ОИЯИ, Дубна, 1989). Иссл. в обл. высокопроизводит. вычислений, комп. алгебры, алгоритмов.

Поляков Станислав Петрович, мл. науч. сотр. Дипл. спец. по прикл. математике и информатике (МГУ им. М. В. Ломоносова, 2007). Канд. физ.-мат. наук по мат. и прогр. обеспечению выч. машин, комплексов и комп. сетей (Выч. центр им. А. А. Дородницына РАН, 2012). Иссл. в обл. комп. алгебры, символьн. алгоритмов, моделир. коммуникац. сетей.

METADATA

Title: The comparative analysis of algorithms for creation of large interconnection networks with small-world properties.

Authors: A. P. Demichev[1], V. I. Ilyin[2], A. P. Kryukov[3], and S. P. Polyakov[4].

Affiliation:

[1–4] Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University (SINP MSU), Russia.

[2] National Research Centre ‘Kurchatov Institute’ (NIC KI), Russia.

Email: [1]demichev@theory.sinp.msu.ru.

Language: Russian.

Source: Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 17, no. 5 (58), pp. 210-218 , 2013. ISSN 2225-2789 (Online), ISSN 1992-6502 (Print).

Abstract: An approach to design of interconnection networks for next generation supercomputers is suggested. A number of both known in the literature and original algorithms for complex small-world networks construction are considered. The small-world property provides slow (logarithmic) growth of average distance between nodes with growth of the network size. The networks constructed on the basis of these algorithms have basic structure of regular lattice with additional shortcuts providing the small-world properties. The technique for comparing the efficiency of the algorithms of different types is proposed.

Key words: supercomputers; interconnection networks; small-world complex networks.

References (English Transliteration):

1. Y. Deng and P. Zhang, “Perspectives on exascale computing,” *J. New Computing Architecture and Applications*, vol. 1, pp. 8-22, 2010.
2. W. J. Dally and B. P. Towles, *Principles and Practices of Interconnection Networks*. Amsterdam: Elsevier Science, 2003.
3. W. J. Dally, “Performance analysis of k-ary n-cube interconnection networks,” in *IEEE Trans. Comput.* vol. 39, pp. 775-785, 1990.

4. L. Kleinrock, *Communication Nets: Stochastic Message Flow and Design*. New York: McGraw-Hill, 1964.
5. D. J. Watts and D. H. Strogatz, “Collective dynamics of small-world networks,” *Nature*, vol. 393, pp. 440-442, 1998.
6. R. Albert and A.-L. Barabasi, “Statistical mechanics of complex networks,” *Rev. Mod. Phys.*. vol. 74, pp. 47-97, 2002.
7. J. M. Kleinberg, “Navigation in the small world,” *Nature*. vol. 406, p. 845, 2000.
8. C. F. Moukarzel and M. A. de Menezes. “Shortest paths on systems with power-law distributed long-range connections,” *Phys. Rev. E*, vol. 65. pp. 056709-1–056709-9, 2002.
9. M. Barthelemy, “Spatial networks,” *Phys. Reports*, vol. 499, pp. 1-101, 2011.
10. Z.-Y. Zhu, B.-H. Mao, H.-M. Hao, J.-Z. Gao, and J.-J. Yang, “Regular small-world network,” *Chin. Phys. Lett.*, vol. 26. pp. 110502-1–110502-3, 2009.
11. S. Boettcher, B. Goncalves, and J. Azaret, “Geometry and dynamics for hierarchical regular networks,” *J. Physics A*, vol. 41. pp. 335003-1–335003-25, 2008.
12. S. Boettcher, B. Goncalves, and H. Guclu, “Hierarchical regular small-world networks,” *J. of Phys. A*, vol. 41. pp. 252001-1–252001-7, 2008.
13. E. A. Monakhova, “A survey on undirected circulant graphs,” *Discrete Math. Algorithm Appl*., 04, p. 1250002, 2012.
14. F. Comellas, J. Ozona, and J. G. Peters, “Deterministic small-world communication networks,” *Information Processing Letters*, vol. 76, pp. 83, 2000.
15. R. E. Steuer, *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computations, and Application*. New York: John Wiley and Sons, 1986.

About authors:

Demichev, Andrey Pavlovich, Senior Researcher. Dipl. Physicist (Moscow State University, 1978). Cand. (PhD) Phys. & Math. Sci. (Moscow State University, 1987).

Ilyin, Viatcheslav Anatolievich, Head of Dept. Dipl. Physicist (Moscow State University, 1975). Dr. (Habil.) Phys. & Math. Sci. (Moscow State University, 1997).

Kryukov, Alexander Pavlovich, Head of Lab, SINP MSU, Dipl. Physicist (Moscow State University, 1977). Cand. (PhD) Phys. & Math. Sci. (JINR, Dubna, 1989).

Polyakov, Stanislav Petrovich, junior researcher, SINP. Dipl. Appl. Math. and Comp. Tech. (Moscow State Unoversity, 2007). Cand. (PhD) Phys. & Math. Sci. (Dorodnicyn Computing Centre of RAS, 2012).

Supporting agencies:

Russian Foundation for Basic Research.